



کتاب کار ریاضی پایه نهم

(مجموعه کتابهای یکی من یکی تو)

دوره اول متوسطه

ناظر علمی: دکتر وحید عالمیان

مولف: فردوس علی اکبریان



انتشارات نوا

دبیرستان حاج حسین نوائی

@navaeschool

ایستا و تلگرام:

navaeschool.ir

تارنما:

سرشناسه :
عنوان و نام پدیدآور: کتاب کار ریاضی پایه نهم
مشخصات نشر: تهران: پایش، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری: ۲۴۲ص.: مصور، جدول، نمودار
فروست: مجموعه کتابهای یکی من یکی تو
شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۹۵۴۴۴-۶-۲
وضعیت فهرست نویسی: فپای مختصر
یادداشت: فهرست نویسی کامل این اثر در نشانی: <http://opac.nlai.ir> قابل دسترسی است
شماره کتابشناسی ملی: ۳۹۲۱۰۲۴



عنوان: کتاب کار ریاضی پایه نهم (مجموعه کتابهای یکی من یکی تو)

ناظر علمی: وحید عالمیان

مؤلف: فردوس علی اکبریان

مدیر تالیف: سمانه رضوی نصر

مدیر اجرایی: سمیرا زنجیرانی

صفحه آرایی: علیرضا قنبری - شیما زارعی

طراح جلد: شیما زارعی

حروف چین: اکرم نوری

ناشر: انتشارات پایش

نوبت چاپ: اول - ۱۳۹۴

لیتوگرافی: چاپ آریا من

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۹۵۴۴۴-۶-۲

قیمت: ۱۳۰۰۰ تومان

تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه

تلفن دفتر مرکزی: ۲۲۸۷۵۵۸۶ - ۲۲۸۷۵۵۹۸ - ۰۲۱

آدرس پست الکترونیک: payeshpub@gmail.com

www.payeshpub.ir

حق چاپ و نشر برای موسسه پایش محفوظ است.

تقدیم به:

ساحت حضرت ولی عصر (عجل الله تعالی فرجه الشریف)
و تمامی پیروان راستین آن حضرت

مقدمه مولف

حمد و ثنای خداوند بلند مرتبه که توفیق داد بار دیگر در عرصه علم و دانش گامی بسیار کوچک برداشته و با بضاعت علمی ناچیز و دلی امیدوار و توکل به درگاه حق، به نگارش پردازم. هدف عمده و نهایی آموزش و پرورش، آماده سازی فرد، جهت حضور مفید و موثر با اندیشه ای سالم و افکاری دقیق در جامعه است. یکی از عمده ترین وسایل نیل به این اهداف، دانش ریاضی است. دانش آموزان به مدد علم ریاضی:

الف) ژرف اندیش و هوشمند بار می آیند.

ب) نیروی استدلال و استنتاج در نهاد ایشان رشد می کند.

ج) در زندگی خصوصی، افرادی متین، خوش فکر و با اراده و در عرصه های اجتماعی، اعضایی خدمتگزار، سرافراز و موفق خواهند بود.

در همین راستا «موسسه پایش» افتخار دارد که بر اساس تحول ایجاد شده در برنامه درسی آموزش و پرورش، دانش آموزان عزیز را با کتاب هایی با عنوان «یکی من، یکی تو» همراه سازد و طی آن دانش آموزان را از حل سوالات ساده تا حل سوالات دشوار، همراهی نماید.

ساختار «کتاب کار ریاضی نهم یکی من یکی تو»:

کتاب حاضر، شامل هشت فصل، مطابق با کتاب جدید التالیف ریاضی نهم می باشد. هر فصل شامل:

- درسنامه که در آن اصول و مفاهیم کلیدی هر فصل توضیح داده شده است.

- مثالهای حل شده و پس از آن مثالی برای حل کردن دانش آموزان در سطح مثال حل شده، از ساده به دشوار

- تمریناتی بر اساس اهداف درس، در پایان هر درس

- سوالات تشریحی در پایان هر فصل

- و در ادامه، سوالات چهارگزینه ای برای آمادگی دانش آموزان در آزمون های ورودی مدارس نمونه دولتی و تیزهوشان

می باشد.

در طراحی سوالات از سوالات آزمون های تیمز و مسابقات کانگورو نیز استفاده شده است.

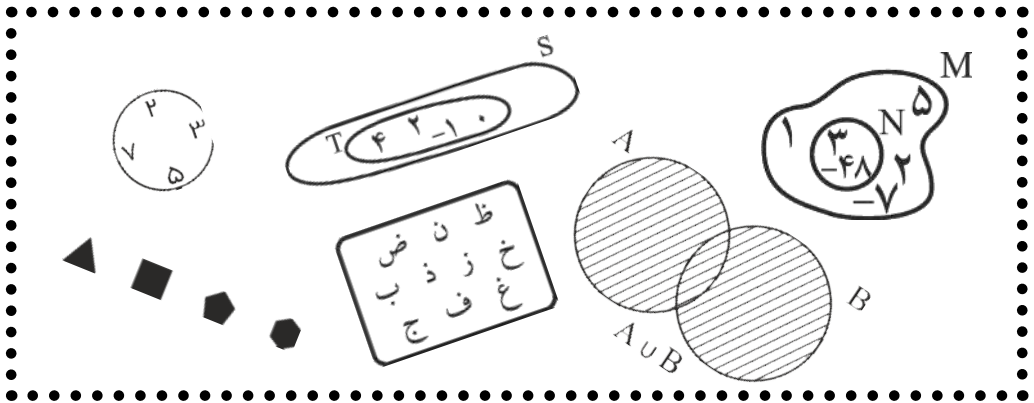
اهل قلم به خوبی می دانند که انتشار یک اثر، همکاری افراد بسیاری را با مولف می طلبد، بنابراین بر خود واجب می دانم تا از زحمات بی دریغ همه عزیزانی که در تهیه ی این کتاب، حقیر را با انتقادات و پیشنهادات سازنده خود، در بهبود کیفیت هر چه بیشتر این کتاب یاری نموده اند، صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم. همچنین از همسر گرامی و فرزند دلبندم که در تمامی لحظات، همراه من بوده اند، سپاسگزاری می نمایم.

امید است مورد رضای حق تعالی واقع گردد.

«فهرست»

- فصل اول: مجموعه ها..... ۶
- فصل دوم: اعداد حقیقی..... ۴۹
- فصل سوم: استدلال و اثبات در هندسه..... ۸۱
- فصل چهارم: توان و ریشه..... ۱۱۱
- فصل پنجم: عبارت های جبری..... ۱۴۳
- فصل ششم: خط و نسبت های مثلثاتی..... ۱۶۹
- فصل هفتم: عبارت های گویا..... ۲۰۵
- فصل هشتم: حجم و مساحت..... ۲۲۷

فصل اول: مجموعه‌ها





فصل اول: مجموعه‌ها

درس اول: معرفی مجموعه



در ریاضیات «مجموعه» تعریف نمیشود و مفهومی است که آن را بدون تعریف میپذیریم اما برای خودمان میتوانیم توضیح دهیم که دسته‌ای از اشیاء، اشخاص، اعداد، افکار، نمادها و ... یک مجموعه است. در مجموعه ترتیب قرار گرفتن اعضا اهمیتی ندارد. در ریاضیات معمولاً نام مجموعه‌ها را از حروف بزرگ الفبای لاتین انتخاب می‌کنیم. نماد یک مجموعه « $\{ \}$ » است که به آن آکولاد می‌گوئیم. بین اشیاء داخل مجموعه «،» یا «» قرار می‌دهیم.

مثال ۱: مجموعه اعداد اول بین ۱ و ۱۰ را چنین نمایش می‌دهیم:

$$A = \{ ۲, ۳, ۵, ۷ \}$$



مجموعه اعداد فرد یک رقمی را بنویسید و آن را S بنامید.  

مثال ۲: مجموعه کتابهای ریاضی دوره متوسطه اول: $T = \{ \text{کتاب ۱}, \text{کتاب ۲}, \text{کتاب ۳} \}$

مجموعه سه قوه کشور جمهوری اسلامی ایران را نوشته و L بنامید.  

مثال ۳: مجموعه اعداد فرد بزرگتر از ۷ و کوچکتر از ۲۷:



$$G = \{ ۹, ۱۱, ۱۳, ۱۵, ۱۷, ۱۹, ۲۱, ۲۳, ۲۵ \}$$

مجموعه اعداد زوج بزرگتر از ۲۵ و کوچکتر از ۳۵ را بنویسید و آنرا H بنامید.  





مثال ۴: اگر بخواهیم مجموعه‌ی $L = \{ ۲, ۵, ۲, ۳, ۴ \}$ را به طور صحیح بنویسیم باید بنویسیم:



$$\{ ۲, ۵, ۳, ۴ \}$$

مجموعه زیر را به طور صحیح بنویسید.   $\{ -۳, -۱, ۱, +۱, ۴ \}$

مثال ۵: صحیح مجموعه‌ی $\{ \frac{\sqrt{9}}{۴}, \frac{۳}{۵}, -\frac{۳}{۴}, \frac{۶}{۱۰} \}$ با توجه به متمایز بودن اعداد، $\{ \frac{-۳}{۴}, \frac{۳}{۵} \}$ خواهد بود.

شما مجموعه $\{ ۰/۷, \frac{۷}{۳}, -۰/۷, \frac{۷}{۱۰} \}$ را به طور صحیح بنویسید.  

مثال ۶: مجموعه‌های $\{ ۲, ۴, ۶, ۸ \}$ و $\{ ۶, ۴, ۸, ۲ \}$ فرقی نمی‌کنند.

مجموعه‌ی $\{ ۰, ۱, ۲, ۳, -۳ \}$ با کدام یک از مجموعه‌های مقابل، تفاوتی ندارد؟  
 $\{ ۰, ۱, ۲, ۳ \}$ $\{ -۳, ۰, ۱, ۲ \}$



اشیایی که به یک مجموعه تعلق دارند، عضو آن مجموعه نامیده می‌شوند. اگر بخواهیم نشان دهیم که عضوی در مجموعه‌ای موجود است از نماد « \in » استفاده می‌کنیم. در مثال ۱ خواهیم داشت:

$۳ \in A$ و می‌خوانیم: ۳ عضو A است.»

و اگر عضوی در مجموعه‌ای نباشد، با نماد « \notin » نمایش داده می‌شود. در همان مثال ۱ خواهیم داشت:



$۹ \notin A$ و می‌خوانیم، «۹ عضو A نیست.»

مثال ۷: عدد ۱۷ عضوی از مجموعه‌ی G در مثال ۳ می‌باشد. آنرا به صورت $۱۷ \in G$ نمایش می‌دهیم.

با نماد ریاضی نشان دهید که: «عدد ۲۶ عضوی از مجموعه H می‌باشد.»  



مثال ۸: عبارت « $T \in$ » را می‌خوانیم: «کتاب ریاضی نهم عضوی از مجموعه‌ی T می‌باشد.»



عبارت « $L \in$ » قوه مجریه را می‌خوانیم:  





مثال ۹ : عبارت « $T \notin$ » خوانده می شود: « کتاب ریاضی ششم عضوی از مجموعه T نمی باشد.»

عبارت $H \notin ۲۷$ را می خوانیم:  

مثال ۱۰ : در مجموعه های نامبرده در مثال های قبل این عبارات صحیح می باشد:

$$۵ \in A \quad \gamma \notin G$$

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.  

$$۱۱ \in S \quad ۲۱ \in G \quad ۳۴ \in H \quad L \notin \text{قوه قضائیه}$$

$$۱۹ \notin G \quad ۰ \notin S$$

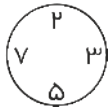
ساده ترین روش نمایش یک مجموعه، نوشتن همه عضوهای آنست. مانند، مجموعه حروف یک نقطه ای الفبای فارسی:

$$B = \{ ن , ف , غ , ظ , ض , ز , ذ , خ , ج , ب \}$$

اما روش دیگری نیز برای نمایش یک مجموعه وجود دارد که «نمایش هندسی» مجموعه است.

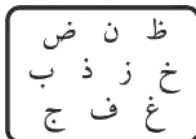
در این نمایش، اعضای یک مجموعه را داخل یک منحنی بسته قرار داده و به آن «نمودار ون» گویند.

ریاضیدانی به نام «جان ون» از اولین کسانی بود که از منحنی بسته برای نمایش مجموعه استفاده کرد و به همین دلیل آنرا نمودار ون می خوانند. مثلاً نمودار ون مجموعه A در مثال ۱ چنین است:







نمودار مجموعه A

مثال ۱۱ : مجموعه B را به صورت نمودار ون به این شکل نمایش می دهیم:



نمودار مجموعه B

نمایش هندسی مجموعه G از مثال ۳ را نشان دهید.  

مجموعه حروف سه نقطه ای الفبای فارسی را نوشته، آنرا J بنامید و نمودار ون آنرا رسم کنید.  







تعداد عضوهای یک مجموعه را با (نام مجموعه) n نمایش می دهند. مثلاً برای مجموعه های A و B نام برده شده خواهیم داشت:

$$n(B) = 10, n(A) = 4$$

مثال ۲ : تعداد عضوهای مجموعه G را چنین بیان می کنیم:



$$n(G) = 9$$

تعداد عضوهای مجموعه های S و H را بنویسید.  

عدد اصلی مجموعه E چند است؟  

مثال ۱۳ : مجموعه اعداد زوج دو رقمی که اول باشند را مشخص کنید. تعداد عضوهای آنرا بنویسید.
 اعداد دو رقمی زوج، اول نمی باشند.

$$K = \{ \quad \}, n(K) = 0$$

مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از $1 -$ را بنویسید. آنرا F بنامید و $n(F)$ را بدست آورید.  



گاهی اوقات تعداد عضوهای یک مجموعه زیادند و برای ساده نوشتن آن، فقط چند عضو از اول مجموعه و چند عضو از آخر آنرا می نویسیم و به جای عضوهای نوشته نشده در وسط، از «...» استفاده می کنیم. مانند مجموعه اعداد طبیعی بین 1 و 25 :

$$C = \{ 2, 3, 4, \dots, 23, 24 \}$$

کاملاً واضح است که این مجموعه، فقط شامل اعداد 2 و 3 و 4 و 23 و 24 نمی باشد بلکه اعداد دیگر طبیعی که ما بین 4 و 23 قرار دارند نیز، اعضای این مجموعه اند. در حقیقت $n(C) = 23$ خواهد بود.

مثال ۱۴ : مجموعه اعداد زوج بین 7 و 129 را نوشته و آنرا I بنامید. تعداد عضوهای آنرا بنویسید. این مجموعه متناهی است یا نامتناهی؟ متناهی است.

$$I = \{ 8, 10, 12, \dots, 124, 126, 128 \} \quad n(I) = 61$$

مجموعه مضربهای 7 بین 15 و 635 را نوشته و تعداد عضوهای آنرا مشخص کنید.  





گاهی اوقات، عضوهای مجموعه‌ی مورد نظر ما، غیرقابل شمارش هستند. مانند مجموعه اعداد طبیعی زوج. برای نمایش چنین مجموعه‌ای، کفایت چند عضو ابتدایی این مجموعه را نوشته و در ادامه از «...» استفاده کنیم.

یعنی بنویسیم: $E = \{ ۲, ۴, ۶, ۸, \dots \}$ روشن است که $n(E)$ بی شمار است.

مثال ۱۵: مجموعه اعداد طبیعی را با \mathbb{N} مشخص کنید و تعداد عضوهای آنرا مشخص نمایید. این مجموعه متناهی یا نامتناهی؟

تعداد عضوهای این مجموعه مشخص نمی‌باشد. پس مجموعه نامتناهی است.



$$\mathbb{N} = \{ ۱, ۲, ۳, ۴, \dots \}$$

مجموعه اعداد حسابی را نوشته، آنرا \mathbb{W} بنامید. آیا می‌توان $n(W)$ را مشخص کرد؟  

گاهی ممکن است مجموعه‌ی معرفی شده، هیچ عضوی نداشته باشد. مانند مجموعه اعداد طبیعی بین ۷ و ۸. در این صورت، مجموعه را تهی (خالی) نامیده و آن را با نماد \emptyset (فی یونانی) یا به صورت $\{ \}$ ، نمایش می‌دهیم. پرواضح است که $n(\emptyset) = ۰$ خواهد بود.

و نمایش هندسی آن به صورت  می‌باشد.

به خاطر داشته باشید که $\emptyset \notin \{ \emptyset \}$ یعنی این که $\{ \emptyset \}$ نشان دهنده‌ی مجموعه‌ی تهی نیست.



مجموعه اعداد صحیح بین -۴ و -۵ را بنویسید.  

هر مجموعه‌ای که دارای یک عضو باشد را مجموع «تک عضوی» یا «یکانی» می‌نامند. مانند مجموعه اعداد صحیح بین -۱ و ۱:

$$D = \{ ۰ \}$$

مثال ۱۶: مجموعه اعداد زوج اول را مشخص کرده و عدد اصلی این مجموعه را بنویسید.

تنها عدد زوج اول ۲ می‌باشد. پس داریم $\{ ۲ \}$ و عدد اصلی این مجموعه یک می‌باشد. این مجموعه را یکانی یا تک‌عضوی نیز می‌نامیم.

مجموعه اعداد مربع کامل بین ۲۰ و ۳۰ را نوشته، آنرا U بنامید. $n(U)$ را بدست آورید.  



هر مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن برابر با یک عدد حسابی باشد، یک مجموعه متناهی است مانند مجموعه‌های C, B, A و D در بالا.
 و به هر مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن را نتوان به شمارش درآورد، یک مجموعه نامتناهی گفته می‌شود. مانند مجموعه ی D.

سوالات تشریحی درس اول:

- ۱- با توجه به تعریف مجموعه مشخص نمایید که هر یک از عبارات های زیر یک مجموعه است یا خیر؟
- الف) شمارنده‌های عدد ۳۰
 - ب) سه نوع سبزی معطر
 - ج) چهار عدد زوج
 - د) مضرب‌های ۷ که کوچکتر از ۱۰۰ باشند
 - ه) ۵ نویسنده آمریکایی
 - و) اعضای خانواده مریم
 - ز) ۲۵ عدد سه رقمی
 - ح) دو نوع از درختان موجود در جنگل‌ها

۲- با توجه به شرط متمایز بودن و تکراری نبودن اعضاء یک مجموعه، هر یک از مجموعه‌های زیر را به‌طور صحیح بنویسید؟

$$A = \{-5, 3, 1, \frac{9}{3}, 4\}$$

$$B = \{0.9, \frac{27}{3}, \frac{9}{1}, \sqrt{181}\}$$

$$C = \{-\frac{12}{3}, 53, 41, -\sqrt{16}\}$$

$$D = \{-\frac{250}{-4}, \frac{17}{100}, 0, \frac{5}{5}, 26/5\}$$

۳- متناظر با هر عبارت، یک مجموعه و متناظر با هر مجموعه یک عبارت بنویسید.

الف) مجموعه اعداد اول بین ۷ و ۳۷. $A = \{ \quad \quad \quad \}$

ب) $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$

ج) مجموعه شمارنده‌های عدد ۱۲. $C = \{ \quad \quad \quad \}$



د) $D = \{ \quad \}$

$E = \{ \quad \}$

و) $F = \{ ۴۱, ۴۳, ۴۷ \}$

$G = \{ \quad \}$

ه) مجموعه اعداد مربع کامل بین ۷۳ و ۸۳؟

ز) مجموعه مضرب‌های ۵ که اول و بزرگتر از ۲۵ باشند؟

۴- با توجه به مجموعه M ، درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید؟

$M = \{ ۷, ۲۳, ۱۹, ۱۴, -۵, ۱۸, ۰, ۲۹, ۱, ۴ \}$

$۱ \notin M$

$-۵ \in M$

$۲۹ \notin M$

$۱۷ \notin M$

$\sqrt{۱۸} \notin M$

$\frac{۲۸}{۲} \in M$

$(۲ - ۷) \in M$

$\sqrt{۲۵-۲} \in M$

$(\sqrt{۲۵} + ۲) \in M$

۵- نمایش هندسی (نمودارون) هر یک از مجموعه‌های زیر را رسم کنید؟

الف) مجموعه اعداد منفی بزرگتر از صفر.

ب) مجموعه اعداد صحیح بین -۵ و $+۵$.

ج) مجموعه حروف کوچک لاتین بدون نقطه.

د) مجموعه حروف سه نقطه‌ای عربی.



۶- در هر یک از مجموعه‌های سؤال ۵ عدد اصلی مجموعه (تعداد عضوهای مجموعه) را مشخص نمائید؟

۷- کدام یک از مجموعه‌های زیر، معرف یک مجموعه تهی نمی باشد؟
 الف) مجموعه نام‌های ماه‌های سال که با حرف «گ» شروع شده باشد.

ب) مجموعه اعداد مربع کامل بین ۶۰ و ۷۰.

ج) مجموعه اعداد صحیح مثبت کوچکتر از ۱-.

د) مجموعه اعداد طبیعی بین $\sqrt{4}$ و $\sqrt{4}$.

۸- دو مجموعه تهی را با عبارت بیان کنید.

۹- دو عبارت بنویسید که هر یک معرف مجموعه‌ای «تک عضوی» باشد.

۱۰- متناظر با عبارت زیر یک مجموعه بنویسید.
 مجموعه اعداد طبیعی بزرگتر از ۳-.



۱۱- متناظر با مجموعه مقابل یک عبارت بنویسید. متناهی یا نامتناهی بودن این مجموعه را مشخص کنید.

$$P = \{ -۴, -۵, -۶, -۷, \dots \}$$

۱۲- مجموعه‌ای از اعداد صحیح منفی بنویسید که تعداد عضوهای آن ۹۹ باشد. متناظر با مجموعه‌ی نوشته شده یک عبارت نیز بنویسید.

۱۳- مجموعه زیر را با یک عبارت معرفی کنید. این مجموعه متناهی است یا نامتناهی؟ در صورت امکان $n(S)$ را بیابید.

$$S = \{ -۲۰, -۲۱, \dots, -۴۶, -۴۷, -۴۸ \}$$

۱۴- مجموعه اعداد صحیح را با اعضایش مشخص کنید. متناهی یا نامتناهی بودن این مجموعه را بیان کنید.



درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها.

هرگاه تعداد عضوهای دو مجموعه برابر باشند. آن دو مجموعه را دو مجموعه معادل یا هم ارز گوئیم. مانند:

$$M = \{ \blacktriangle, \blacksquare, \blacklozenge, \blackhexagon \}, \quad N = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

که در آنها خواهیم داشت: $n(M) = n(N) = 4$

و هرگاه اعضای یک مجموعه دقیقاً اعضای دیگری باشند، گوئیم «دو مجموعه، برابر یا مساوی‌اند. مانند،

$$P = \text{مجموعه روزهای هفته} \quad Q = \{ \text{شنبه, یکشنبه, دوشنبه, سه‌شنبه, چهارشنبه, پنجشنبه, جمعه} \}$$

و در این حالت خواهیم داشت: $p = q$

به خاطر داشته باشید که دو مجموعه مساوی، لزوماً معادل هم هستند یعنی در اینجا، $n(P) = n(Q)$ ولی دو مجموعه معادل، لزوماً مساوی نیستند.

یعنی $M \neq N$ و در این حالت دو مجموعه را نامساوی یا نابرابر می‌گوئیم.

مثال ۱: مجموعه شماره‌های ۱۵ را نوشته و آنرا A بنامید. کدام یک از مجموعه‌های زیر با A معادل و کدام یک از آنها با A مساوی‌اند. دلیل خود را ذکر کنید.

$$B = \{ 1, 2, 4, 8 \}$$

$$C = \{ 1, 3, 15 \}$$

$$D = \{ 3, 5, 1, 15 \}$$

$$A = \{ 1, 3, 5, 15 \}$$


مجموعه شماره‌های عدد ۱۵

مجموعه A, B هم ارز یا معادل‌اند زیرا تعداد عضوهای دو مجموعه برابر می‌باشد. $n(A) = n(B) = 4$

مجموعه A, C معادل نیستند زیرا $n(C) = 3 \neq 4$ پس C, A مساوی نیز نیستند. $A \neq C$

مجموعه A, D مساوی هستند زیرا $n(D) = n(A) = 4$ و نیز هر یک از عضوهای مجموعه D دقیقاً

عضوی از مجموعه A می‌باشد. یعنی داریم: $A = D$

هریک از مجموعه‌های زیر را با اعضایش مشخص کرده، با بیان دلیل، معادل یا مساوی بودن هر کدام را مشخص نمایید. 

مجموعه اعداد زوج بزرگتر از ۱۶

مجموعه شماره‌های ۱۶

مجموعه شماره‌های ۱۲۱

مجموعه شماره‌های ۴۹

مجموعه مضربهای ۲ بزرگتر از ۱۷

مجموعه اعداد اول کوچکتر از ۱۲

مثال ۲: با توجه به نماد تساوی، جای خالی را پر کنید.



$$\{ 75, \frac{4}{10}, \sqrt{49} \} = \{ \sqrt{5/16}, \frac{1}{2}, \frac{15}{2} \}$$



چون دو مجموعه مساوی اند پس اعضای آنها باید برابر باشند. داریم:

$$75 = \frac{150}{2} \quad \frac{4}{10} = \sqrt{0.16} \quad \sqrt{49} = 7 \quad -0.5 = -\frac{1}{2}$$

پس در مجموعه سمت چپ -0.5 قرار می‌دهیم و در مجموعه سمت راست، 7 را می‌گذاریم.

در مجموعه‌های زیر، با توجه به نماد تساوی، جای خالی را پر کنید.  

$$\left\{ \frac{7}{5}, \quad , -(-4), (-2) \right\} = \left\{ \frac{-\sqrt{25}}{2} - 8, \quad , 7/6, \quad \right\}$$

هر گاه هر عضو مجموعه A ، عضو مجموعه B نیز باشد، در این صورت A را یک زیر مجموعه B می‌گوئیم و می‌نویسیم، $A \subset B$ و اگر عضوی در A یافت شود که در B وجود نداشته باشد، گوئیم A زیرمجموعه B نیست و می‌نویسیم $A \not\subset B$.

$$A = \left\{ 1, -2, 5, \frac{2}{3} \right\} \quad B = \left\{ 1, 5, 7, -6, \frac{2}{3}, -2 \right\}$$

$$C = \{ 1, -6 \}$$

$$A \subset B$$

$$B \not\subset A$$

$$C \not\subset A$$

$$C \subset B$$

توجه کنید که مجموعه \emptyset زیرمجموعه‌ی همه‌ی مجموعه‌هاست و همچنین هر مجموعه‌ای زیر مجموعه‌ی خود می‌باشد. مجموعه همه زیرمجموعه‌های یک مجموعه به نام مثلاً A را با $P(A)$ نشان می‌دهیم. به مجموعه‌های \emptyset و خود A زیر مجموعه‌های بدیهی مجموعه A گوئیم و زیرمجموعه‌هایی از A را که برابر A نباشند (یعنی همه زیرمجموعه بجز A)، زیرمجموعه‌های محض A گوئیم. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه برابر 2^n به توان تعداد اعضای آن مجموعه است. یعنی اگر مجموعه‌ای با n عضو داشته باشیم، 2^n زیرمجموعه خواهد داشت. در این صورت زیر مجموعه‌های محض آن به تعداد $2^n - 1$ می‌باشد.

مثال ۳: مجموعه‌ی E با نمودار ون مشخص شده است. آنرا با نوشتن اعضا مشخص کرده و تمامی زیر مجموعه‌های آنرا بنویسید.



برای نوشتن زیرمجموعه‌های یک مجموعه بهتر است که از یک نظام خاصی پیروی کنیم تا چیزی از قلم نیفتد. به همین منظور از مجموعه تهی (بدون عضو) شروع کرده، بعد مجموعه‌های تک عضوی و سپس مجموعه‌های دو عضوی و ... تا بالاخره مجموعه‌ای برابر با مجموعه داده شده یعنی ۵ عضوی.

$$\{ \}, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{ -4 \}, \{ -7 \}$$

$$\{ 1, 2 \}, \{ 1, 3 \}, \{ 1, -4 \}, \{ 1, -7 \}, \{ 2, 3 \}, \{ 2, -4 \}, \{ 2, -7 \}, \{ 3, -4 \}$$

$$\{ 3, -7 \}, \{ -4, -7 \}$$

$$\{ 1, 2, 3 \}, \{ 1, 2, -4 \}, \{ 1, 2, -7 \}, \{ 2, 3, -4 \}, \{ 2, 3, -7 \}, \{ 3, -4, -7 \}$$





$$\{-4, -7, 1\}, \{-4, -7, 2\}, \{1, 3, -7\}, \{1, 3, -4\}$$

$$\{1, 2, 3, -4\}, \{2, 3, -4, -7\}, \{1, 3, -4, -7\}, \{1, 2, -4, -7\}, \{1, 2, 3, -7\}$$

$$\{1, 2, 3, -4, -7\}$$

تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه E چندتا است؟ چون E دارای ۵ عضو است. پس $2^5 = 32$ تعداد زیرمجموعه‌های آن است.



مجموعه زیر را مشخص کرده و تمامی زیرمجموعه‌های آنرا بنویسید. تعداد آنها را مشخص کنید.  

$$F = \text{مجموعه اعداد صحیح بین } -2 \text{ و } 3.$$

مثال ۴: زیرمجموعه‌ای از E مشخص کنید که اعضای آن منفی باشد. $\{-4, -7\}$

زیرمجموعه‌ای از E بنویسید که اعضای آن مضرب‌های صحیحی از ۲ باشند. $\{2, -4\}$

زیرمجموعه‌ای از E بنویسید که اعضای آن اول نباشند. $\{1, -4, -7\}$



زیرمجموعه‌هایی از F بنویسید که در این جا خواسته شده است.  

مضارب مرکب ۲:

اعداد طبیعی:

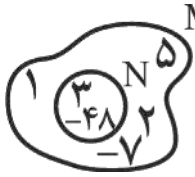
اعداد صحیح منفی:

اعداد اول:

زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی بنویسید که اعضای آن مضربی از ۷ باشند.  



مثال ۵: با توجه به شکل مقابل درستی یا نادرستی هر عبارت را با توضیحی کوتاه، مشخص کنید.



الف) مجموعه مضرب‌های صحیح عدد ۳ $N \subseteq M$ (ب) $\{1, 2\} \subseteq M$

ج) $M \not\subseteq N$ (د) $\{2, 3, 5\} \not\subseteq M$

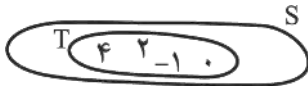
الف) درست. زیرا $M = \{1, 2, 3, 5, -7, -48\}$

ب) نادرست. زیرا هر سه عضو نامبرده شده در مجموعه‌ی M می‌باشند.

ج) درست. زیرا $N = \{3, -48\}$ و هر دو عضو آن مضرب‌های صحیحی از عدد ۳ می‌باشند.

د) نادرست. زیرا $\{1, 2, 3, 5, -7, -48\} \not\subseteq \{3, -48\}$

با توجه به شکل مقابل درستی یا نادرستی هر عبارت را با بیان دلیل، مشخص کنید.



ج) $S = \emptyset$

ب) $\{-1, 0, 2, 4\} \subseteq S$

الف) $S \subseteq T$

و) $\emptyset \subseteq T$

ه) $\{2, 4\} \subseteq S$

د) $T = S$

اگر در بین دو مجموعه چنین روابطی وجود داشته باشد: $H \subseteq G, G \subseteq H$ می‌توان نتیجه گرفت که دو مجموعه با یکدیگر برابرند یعنی:

$$G = H$$



مثال ۶: با توجه به مجموعه‌های T, S در بالا، رابطه زیر را کامل کنید و توضیح دهید.

$$\left. \begin{array}{l} S \subseteq T \\ T \subseteq S \end{array} \right\} \Rightarrow \dots$$

چون تمام اعضای مجموعه T در مجموعه S قرار دارد و مجموعه S نیز شامل هیچ عضوی غیر از اعضای مجموعه‌ی T نمی‌باشد، پس دو مجموعه برابرند و عبارت بالا با $S = T$ کامل می‌شود.

تاکنون با مجموعه‌هایی از عددها آشنا شده‌اید. می‌خواهیم آنها را با هم مرور کنیم :

$N = \{1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه ی عدد های طبیعی: برای شمارش استفاده می‌شوند.

$I = W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه ی عدد های حسابی: برای حساب کردن مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ مجموعه ی عدد های صحیح: این اعداد فقط قسمت صحیح دارند و بدون قسمت اعشاری‌اند.

$Q = \{\frac{a}{b} | a, b \in Z, b \neq 0\}$ مجموعه ی عدد های گویا: هر عددی که بتوان آن را به صورت یک کسر نوشت که

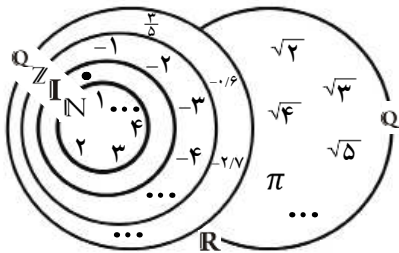
صورت و مخرج آن عددی صحیح و مخرج آن مخالف با صفر باشد. واضح است که نمی‌توان این مجموعه را با اعضایش به طور کامل مشخص کرد. پس آنرا با نماد ریاضی (که در سال هشتم نیز با آن آشنا شدید) نمایش می‌دهیم. نماد « Q » را می‌خوانیم «به طوری که» و مجموعه ی Q را چنین می‌خوانیم:

به طوری که a و b عضو مجموعه اعداد صحیح و b مخالف صفر باشد.

اما یک سری عدد هم داریم که نمیتوان آنها را به صورت کسری نوشت ، مانند $\sqrt{2}$ یا عدد معروف π ، این عدد ها را که گویا نیستند «گنگ» مینامیم و با Q نشان میدهم .

به مجموعه همه عدد های گنگ و گویا ، مجموعه عدد های حقیقی می‌گوییم و آن را با R نشان میدهم .

نموداری از مجموعه‌های اعداد در زیر نمایش داده شده است:



نمودار هندسی مجموعه‌های اعداد

رابطه ی روبرو بین این مجموعه‌ها، برقرار است: $N \subseteq I \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$

بعضی از زیر مجموعه‌های مجموعه ی اعداد طبیعی را نیز می‌توان با استفاده از نماد ریاضی نشان داد . مانند:

$$\{2, 4, 6, \dots\} = \{2K | K \in N\}$$

مجموعه اعداد طبیعی زوج

$$\{1, 3, 5, \dots\} = \{2K-1 | K \in N\}$$

مجموعه اعداد طبیعی فرد

$$\{mK | K \in N\}$$

مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد m

یادآوری: در کلاس هشتم، عبارت $4 < x < 5$ را می‌خواندیم « x بین 4 و 5 ، و معنای آن، این بود که اعدادی که بین دو عدد 4 و 5 هستند در این دسته قرار دارند ولی دو عدد 4 و 5 عضوی از این دسته نیستند. و اگر داشتیم $4 < x < 5$ به معنای وجود عضو 4 در این دسته بود.



مثال ۷: مجموعه $\{1, 0, -1, -2\}$ را با نماد ریاضی نشان دهید.

$\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 1\}$ یا $\{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 2\}$

در جدول زیر، هر مجموعه سمت چپ را به مجموعه‌ای از سمت راست وصل کرده به طوری که دو



مجموعه برابر باشند.

$\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 49\}$	$\{4\}$
$\{x \in \mathbb{N} \mid -4 < x < 7\}$	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$\{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x < -4\}$	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$\{x \in \mathbb{Z} \mid 2x - 5 = 3\}$	$\{-4\}$

درستی یا نادرستی هر عبارت را با ذکر دلیل مشخص کنید.



(ب) $Q \subseteq Z$

(الف) $N \subseteq Z$

(د) $N \subseteq R$

(ج) $R \subseteq W$

سوالات تشریحی درس دوم:

۱- از بین مجموعه‌های زیر کدام یک معادل اند و کدام یک معادل نیستند؟ دلیل خود را بیان کنید.

(الف) مجموعه ماه‌های سال

(ب) $\{\triangle, \triangle, \triangle\}$

(ج) مجموعه اعداد طبیعی بزرگتر از یک که فقط بر یک و خودشان بخشیدنی‌اند.

(د) مجموعه اعداد اول مضرب ۷

(هـ) مجموعه اعداد فرد بین ۷ و ۱۵

(و) $\{\text{فروردین، اردیبهشت، خرداد، تیر، مرداد، شهریور، مهر، آبان، آذر، دی، بهمن، اسفند}\}$



۲- از بین مجموعه‌های ذکر شده در سؤال ۱، کدام یک برابرند؟ چرا؟

۳- مجموعه‌ای بنویسید که با مجموعه روبرو مساوی باشد.

$$\{ 15, 20, 25, 30 \}$$

۴- مجموعه‌های E, F با هم مساویند. جای خالی را با عبارت‌های داخل کادر پر کنید. (اعدادی در داخل کادر، اضافی است).

$\frac{16}{2}$	۳	$\frac{3}{10}$	$\frac{46}{14}$	$-\frac{6}{3}$	$6\frac{4}{7}$
----------------	---	----------------	-----------------	----------------	----------------

$$E = \left\{ 3\frac{2}{7}, -\frac{\sqrt{81}}{3} \right\}$$

$$F = \left\{ \sqrt{4 \times 16}, \sqrt{0.9} \right\}$$

۵- مجموعه اعداد فرد اول کوچکتر از ۱۰ را نوشته و همه زیرمجموعه‌هایی از آن را بنویسید که دو عضو داشته باشد.

۶- مجموعه مقابل را در نظر بگیرید و زیرمجموعه‌های خواسته شده از آنرا بنویسید.

$$P = \left\{ -\frac{3}{7}, 4/2, 1, 74, 0, -5, -14 \right\}$$

الف) زیرمجموعه‌ای از P که اعضای آن، عدد صحیح باشند.

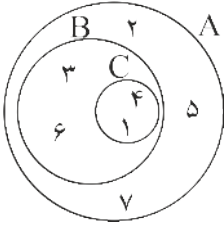
ب) زیرمجموعه‌ای از P که اعضای آن، عدد گویا باشند.

ج) زیرمجموعه‌ای از P که اعضای آن، عددی طبیعی باشند.



د) زیر مجموعه‌ای از P که اعضای آن، عددی اول باشند.

۷- با توجه به شکل مقابل، درستی یا نادرستی عبارات زیر را با ذکر دلیل، مشخص کنید.



د) مجموعه مضرب‌های طبیعی ۳ \subseteq B
ه) مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۸ \subseteq A

الف) $C \subseteq A$
ب) $B \subseteq C$
ج) $A \subseteq N$

۸- مجموعه‌ای را که ندارد مجموعه تهی نامیده و این مجموعه همه مجموعه‌هاست.

۹- با توجه به شکل، کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ با ذکر دلیل.

ب) $C \subseteq A$

الف) $A \not\subseteq B$

د) $(-2) \in A$

ج) $C = \{-1, 2\}$

و) مجموعه A دارای ۶ عضو می‌باشد.

ه) $1 \notin A$

۱۰- در جای خالی یکی از نمادهای (\subseteq , $\not\subseteq$, \in , \notin) را قرار دهید تا عبارت صحیح باشد.

$\{90, 40\}$ $\{10, 20, 30, \dots\}$

-1 $\{6, 5, 4, \dots, 0\}$

$\frac{2}{5}$ $\{\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}\}$

Q Q'

۱۱- مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی نشان دهید.

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{-70, -80, -90, \dots\}$$

$$C = \{4, 8, 12, 16, \dots, 796, 800\}$$



۱۲- چند عدد صحیح وجود دارد که مربعشان بین عددهای ۱۰۰- و ۱۰۰ (شامل خود این عددها) باشد؟

الف) ۱۱ (ب) ۲۲ (ج) ۲۱ (د) ۲۰ (ه) ۱۰

۱۳- عدد مثبت Π بر ۲۱ و ۹ بخشپذیر است. تعداد عضوهای مجموعه شمارنده‌ی عدد Π چند است؟

الف) ۳ (ب) ۴ (ج) ۵ (د) ۶ (ه) ۷

۱۴- مجموعه‌های زیر را با اعضایش مشخص کنید.

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x} < 25\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} \mid -3 < x < 3\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 64\}$$

$$G = \{2k - 5 \mid k = 0, 1, 2, 3\}$$

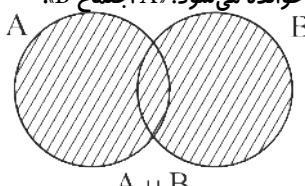


درس سوم:
اجتماع، اشتراک و تفاضل
مجموعه‌ها

اجتماع دو مجموعه A, B مجموعه‌ای است تشکیل شده از همه عضوهای A, B یعنی هر عضو آن یا متعلق به A است یا متعلق به B و یا متعلق به هر دو.


اجتماع دو مجموعه را با نماد \cup نشان داده و چنین « $A \cup B$ » می‌نویسیم و خوانده می‌شود: «اجتماع B ». نمایش هندسی اجتماع دو مجموعه نیز به صورت روبرو خواهد بود.

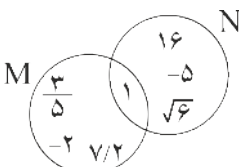
اجتماع دو مجموعه A, B را با نماد ریاضی به صورت $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$ نشان می‌دهیم.



مثال ۸: دو مجموعه‌ی $E = \{۱ و ۲ و ۳ و ۵\}$ و $F = \{۰, ۱, ۳, ۴\}$ را در نظر گرفته، اجتماع دو مجموعه را بنویسید.

$$E \cup F = \{۳, -۵, ۲, ۱, ۰, ۴\}$$

با توجه به شکل هندسی دو مجموعه مقابل، $M \cup N$ را بنویسید. 




مثال ۹: مجموعه اعداد صحیح و طبیعی را در نظر گرفته و $Z \cup N$ و $N \cup Z$ را بنویسید.

$$Z = \{\dots, -۳, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, \dots\} \quad N = \{۱, ۲, ۳, ۴, \dots\}$$

$$Z \cup N = \{\dots, -۳, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, \dots\}$$

$$N \cup Z = \{\dots, -۳, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, \dots\}$$



چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟ آیا $Z \cup N = N \cup Z$ می‌باشد؟ بله

مجموعه $N \cup W$ و $W \cup N$ را نیز بدست آورید. 

آیا رابطه‌ی $N \cup W = W \cup N$ برقرار می‌باشد؟

در بین دو مجموعه A, B همواره رابطه‌ی $A \cup B = B \cup A$ برقرار است. یعنی اجتماع دو مجموعه، خاصیت جابجایی دارد.



سه مجموعه $A = \{-2, 1, 3\}$ و $B = \{0, 1, -2\}$ و $C = \{3, 1, -5\}$ را در نظر گرفته،
 مجموعه‌های خواسته شده را بدست آورید.  

$$A \cup B =$$

$$B \cup C =$$



اکنون $(A \cup B) \cup C$ و $A \cup (B \cup C)$ را بنویسید.

به چه نتیجه‌ای رسیدید؟

بین سه مجموعه A, B, C همواره رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

به این ویژگی شرکت پذیری اجتماع می‌گوییم

مجموعه اعداد اول بزرگتر از ۲ را بنویسید و آنرا P بنامید.  

مجموعه اعداد اول زوج بزرگتر از ۲ را بنویسید و آنرا L بنامید.

$P \cup L$ را بنویسید. به چه نتیجه‌ای رسیدید؟

ثابت کنید $P \subseteq (P \cup L)$ می‌باشد؟

آیا L نیز زیرمجموعه‌ای از اجتماع دو مجموعه L, P می‌باشد؟ چرا؟


اگر دو مجموعه A, B را داشته باشیم. همواره روابط زیر در بین آنها برقرار است:

$$A \subseteq (A \cup B)$$

و

$$B \subseteq (A \cup B)$$



مجموعه اعداد صحیح بزرگتر از ۳- را بنویسید و آنرا A بنامید. 

مجموعه اعداد طبیعی بین ۹ و ۱۰ را بنویسید و آنرا B بنامید. این مجموعه، چگونه مجموعه‌ای است؟ آیا این مجموعه عضوی دارد؟

اکنون مجموعه‌های $A \cup A$ و $A \cup B$ را بدست آورید.

به چه نتیجه‌ای رسیدید؟ به صورت کلامی بیان کنید.


برای هر مجموعه‌ی A خواهیم داشت:

$$A \cup A = A$$

اجتماع هر مجموعه با خودش مساوی خودش است .

$$A \cup \emptyset = A$$

اجتماع هر مجموعه و مجموعه تهی مساوی خود مجموعه است .

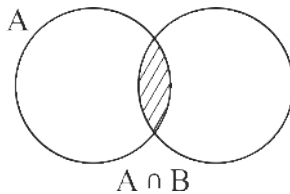
نمودار مقابل را در نظر گرفته و روابط زیر را برای آنها بررسی کنید. 



الف) $A \subseteq (A \cup B)$ ب) $B \subseteq (A \cup B)$

ج) $A \cup \emptyset = A$ د) $B \cup B = B$

اشتراک دو مجموعه A, B مجموعه‌ای است، تشکیل شده از همه عضوهایی که هر کدام از آنها هم متعلق به A و هم متعلق به B است.



اشتراک دو مجموعه را با نماد « \cap » نشان داده و چنین می‌نویسیم « $A \cap B$ ».

و خوانده می‌شود «اشتراک B ».

نمایش هندسی اشتراک دو مجموعه نیز به صورت روبرو خواهد بود.

اشتراک دو مجموعه A, B را با نماد ریاضی به صورت

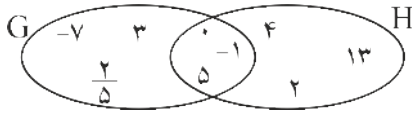
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\}$$

نشان می‌دهیم.

مثال ۱۰: دو مجموعه $S = \{1, 2, 3, 4\}$ و $T = \{2, 4, 6, \dots\}$ در نظر گرفته، اشتراک دو مجموعه را بنویسید.

$$S \cap T = \{2, 4\}$$

با توجه به شکل هندسی دو مجموعه مقابل، $G \cap H$ را بنویسید.



مثال ۱۱: دو مجموعه اعداد طبیعی و صحیح را بنویسید و مجموعه‌های $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$ و $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$ را با اعضا مشخص کنید.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟ آیا $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$ می‌باشد؟

مجموعه‌های $\mathbb{N} \cap \mathbb{W}$ و $\mathbb{W} \cap \mathbb{N}$ را بنویسید. آیا رابطه‌ی $\mathbb{N} \cap \mathbb{W} = \mathbb{W} \cap \mathbb{N}$ برقرار می‌باشد؟

در بین مجموعه‌های A و B همواره $A \cap B = B \cap A$ برقرار است یعنی اشتراک دو مجموعه، خاصیت جابجایی دارد.

سه مجموعه $A = \{-1, 3, 7, -9\}$ و $B = \{4, 3, -5\}$ و $C = \{-1, 3, 2, 1\}$ را در نظر گرفته و مجموعه‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$A \cap B =$$

$$B \cap C =$$

اکنون $(A \cap B) \cap C$ و $A \cap (B \cap C)$ را بنویسید.

به چه نتیجه‌ای رسیدید؟

بین سه مجموعه‌ی A و B و C همواره رابطه زیر برقرار است.

$$A \cap (B \cap C) \text{ و } (A \cap B) \cap C$$

به این ویژگی «شرکت پذیری اشتراک» می‌گوییم.

مجموعه اعداد صحیح بین -4 و 3 را بنویسید و آن را I بنامید



مجموعه اعداد صحیح بزرگتر از ۵- و کوچکتر از ۴- را بنویسید و آنرا J بنامید.

$I \cap J$ را بنویسید.

ثابت کنید: $I \cap J \subseteq I$

آیا اشتراک دو مجموعه I و J زیرمجموعه‌ای از مجموعه J نیز می‌باشند؟ چرا؟

اگر دو مجموعه A و B داشته باشیم. همواره رابطه‌های زیر در بین آنها برقرار است.

$(A \cap B) \subseteq A$ $(A \cap B) \subseteq B$

مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۳ را بنویسید و آنرا A بنامید.

مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۲- را بنویسید و آنرا B بنامید. این مجموعه چگونه مجموعه‌ای است؟ آیا این مجموعه، عضوی دارد؟

اکنون مجموعه‌های $A \cap A$ و $A \cap B$ را بنویسید.

به چه نتیجه‌ای رسیدید؟ به صورت کلامی بیان کنید.

برای هر مجموعه A خواهیم داشت.

$A \cap A = A$ اشتراک هر مجموعه با خودش، مساوی خودش است.



$A \cap \emptyset = A$ اشتراک هر مجموعه با مجموعه تهی مساوی خود مجموعه است.

نمودار مقابل را در نظر گرفته و روابط زیر را برای آنها بررسی کنید.



(الف) $(A \cap B) \subseteq A$ (ب) $(A \cap B) \subseteq B$

(ج) $A \cap \emptyset = A$ (د) $B \cap B = B$

با توجه به مثال‌های ۹ و ۱۱ در مورد درستی و نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر دلیل خود را بیان کنید.  

ب) $Z \cup N \subseteq Z$



الف) $Z \subseteq Z \cup N$

د) $N \subseteq Z \cap N$

ج) $Z \cap N \subseteq N$



از قسمت‌های الف و ب می‌توان نتیجه گرفت که و از قسمت‌های ج و د می‌توان نتیجه گرفت که

$(Z \cap N) \subseteq (Z \cup N)$

آیا می‌توان نشان داد:  

برای دو مجموعه A, B، همیشه رابطه‌ی زیر برقرار است:

$(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$

هر یک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید.  

$O = \{x \mid x \in Z, -1 < x < 2\}$

$P = \{x \in N \mid x < 2\}$

مجموعه‌های خواسته شده را بنویسید.

$O \cup P =$

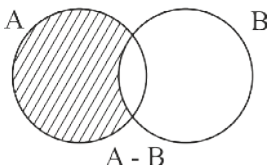
$O \cap P =$

نشان دهید:

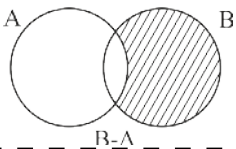
$(O \cap P) \subseteq (O \cup P)$

تفاضل مجموعه B از A، مجموعه‌ای است شامل تمام عضوهای A که در مجموعه B نباشند. آنرا به صورت $A - B$ نشان داده و مجموعه‌ی A منهای مجموعه B میخوانیم.

نماد ریاضی آن به صورت $A - B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \notin B\}$ بوده و نمودار آن به شکل مقابل می‌باشد.



تفاضل مجموعه A از B، مجموعه‌ای است شامل تمام عضوهای B که شامل مجموعه A نباشند. آنرا به صورت $B - A$ نشان داده و تفاضل A از B می‌خوانیم. نماد ریاضی آن به صورت $B - A = \{x \mid x \in B \text{ و } x \notin A\}$ بوده و نمودار آن به شکل مقابل است.



مثال ۱۲: دو مجموعه $A = \{۱ و ۵ و ۱۰ و ۲ و ۲۰\}$ و $B = \{۳, ۷, ۲, ۲۰, ۱\}$ را در نظر گرفته، مجموعه‌های $A-B$ و $B-A$ را نشان دهید.

$$A - B = \{۵, ۱۰\}$$

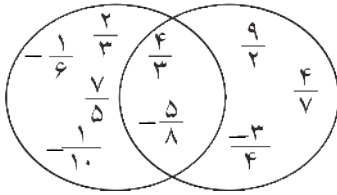
$$B - A = \{۳, ۷\}$$

آیا $A-B=B-A$ می‌باشد؟

بدانیم که $A-B$ و $B-A$ بجز در یک حالت (?) هیچ‌گاه با هم برابر نیستند. یعنی در تفاضل دو مجموعه خاصیت جابجایی وجود ندارد.

$$A - B \neq B - A$$

با توجه به نمایش هندسی مجموعه‌های مقابل، $O-P$ و $P-O$ را با اعضاء مشخص کنید.



نشان دهید $O-P \neq P-O$

درستی یا نادرستی عبارات زیر را با ذکر دلیل بیان کنید.

$$(O - P) \subseteq O$$

$$(O - P) \not\subseteq P$$

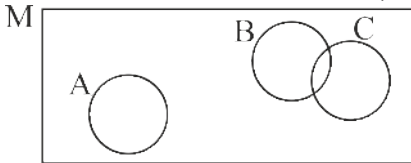
$$(A - B) \subseteq A$$

یکی از خواص مهم تفاضل دو مجموعه A و B چنین است:

$$(B - A) \subseteq B$$

تفاضل هر دو مجموعه، زیرمجموعه‌ای از هر کدام از مجموعه‌هاست.

مجموعه مرجع: وقتی زیرمجموعه‌های یک مجموعه را مورد مطالعه قرار می‌دهیم، به آن مجموعه، مجموعه مرجع گفته می‌شود. اصولاً آن را با «U» یا با «M» نامگذاری می‌کنیم و نمایش هندسی آن را به شکل مستطیل می‌کشیم.



$$A \subseteq M$$

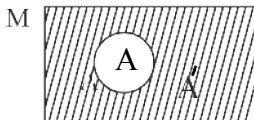
$$B \subseteq M$$

$$C \subseteq M$$

خواهیم داشت:

مجموعه متمم یا متمم یک مجموعه: مجموعه‌ای را که عضوهایش در مجموعه مرجع باشند ولی در خود مجموعه موجود نباشند، متمم مجموعه گوئیم. اگر مجموعه به نام A باشد، متمم آنرا با نام \bar{A} می‌خوانیم.

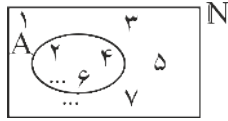
نماد ریاضی مجموعه متمم به صورت $\bar{A} = \{x \mid x \in M, x \notin A\}$ می‌باشد و نمودار آن این مجموعه نیز به شکل روبرو نمایش داده می‌شود.



مثال ۱۳: مجموعه اعداد طبیعی را در نظر گرفته، زیرمجموعه‌ای از آن بنویسید که عضوهایش بر ۲ بخشپذیر باشند. نمایش هندسی این مجموعه و مجموعه مرجع آن را نشان دهید.

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$A = \{2, 4, 6, \dots\}$$



$$A' = \{1, 3, 5, \dots\}$$

متمم مجموعه نوشته شده را با اعضایش مشخص کنید.

مجموعه‌های خواسته شده را با اعضایش مشخص نمائید و به طور کلامی بیان کنید که به چه نتیجه‌ای

$$A \cup N = \{1, 2, 3, 4, \dots\} = N$$

رسیدید؟

$$A \cap N = \{2, 4, 6, \dots\} = A$$

اجتماع A با مرجعش مساوی مرجع شد.

اشتراک A با مرجعش مساوی A شد.

اگر M مجموعه مرجع و A زیرمجموعه‌ای از آن باشد، همواره روابط زیر برقرار است:

$$A \cup M = M$$

$$A \cap M = A$$

M

با توجه به نمودار مجموعه M، مجموعه‌های خواسته شده را با اعضایش مشخص کنید.



۲	-۷	۵
۳		
-۱	۱/۵	۶

A: زیرمجموعه‌ای از M که عضوهایش عددی بزرگتر از یک باشند.

B: زیرمجموعه‌ای از M که عضوهایش کوچکتر یا مساوی یک باشند.

چه رابطه‌ای بین دو مجموعه B و A برقرار است؟ چرا؟

آیا B را می‌توان A' نامید؟

درستی یا نادرستی عبارات زیر را با ذکر دلیل بیان کنید.

(ب) $A \cap B \neq \emptyset$

(الف) $A \cup B = M$



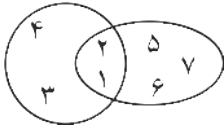
اگر M مجموعه مرجع و A زیرمجموعه‌ای از آن و \bar{A} مجموعه متمم مجموعه A باشد، روابط زیر همواره برقرار می‌باشد:

$$A \cup \bar{A} = M \quad A \cap \bar{A} = \emptyset$$

یعنی اجتماع هر مجموعه با متممش برابر مجموعه مرجع است. و اشتراک هر مجموعه با متممش برابر مجموعه تهی است.

اکنون هریک از مجموعه‌های سمت راست را به مجموعه‌ای مساوی با خود از ستون چپ، وصل کنید.

A	$A \cup B$
B	$A \cap B$
M	$A \cap M$
\emptyset	$B \cup M$



نمودار مقابل را در نظر گرفته مجموعه‌های A, B را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{ \quad \quad \quad \} \quad B = \{ \quad \quad \quad \}$$

مجموعه‌های $A \cup B$ و $A \cap B$ را بنویسید.

$$A \cup B = \{ \quad \quad \quad \} \quad A \cap B = \{ \quad \quad \quad \}$$

اکنون مجموعه‌های خواسته شده را نوشته و بگویید به چه نتیجه‌ای می‌رسید؟

$$A \cap (A \cup B) =$$

$$A \cup (A \cap B) =$$

در بین دو مجموعه A, B و چنین روابطی همواره برقرار است.

$$A \cap (A \cup B) = A$$

$$A \cup (A \cap B) = A$$

اکنون از سؤال بالا مجموعه‌های $A - B$ و $B - A$ را به دست آورید.

$$A - B =$$

$$B - A =$$

مجموعه‌های زیر را به دست آورید و بگوئید به چه نتیجه‌ای رسیده‌اید؟

$$(A \cap B) \cup (A - B) =$$

$$(A \cap B) \cup (B - A) =$$

برای هر دو مجموعه A, B چنین روابط صحیحی را می‌توان داشت.

$$(A \cap B) \cup (A - B) = A$$

$$(A \cap B) \cup (B - A) = B$$





مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$T = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 < x < 2\}$$

$$S = \{x \mid x \in \mathbb{N}, -1 < x < 4\}$$

$$S \cup T =$$

$$S \cap T =$$

مجموعه‌های خواسته شده را با اعضا بنویسید.

$$S - T =$$

$$T - S =$$

اکنون درستی عبارت‌های زیر را با نوشتن اعضا مانند نمونه بررسی کنید.

$$T \cap (T \cup S) = T$$

$$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\} \cap (\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}) = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\} = T \text{ (الف)}$$

$$T \cup (T \cap S) = T \text{ (ب)}$$

$$(T \cap S) \cup (T - S) = T \text{ (ج)}$$

$$(T \cap S) \cup (S - T) = S \text{ (د)}$$

سؤالات تشریحی درس سوم:

۱- مجموعه‌های $E = \{5, 7, 21, 93, 14, 2\}$ و $T = \{93, 8, 42, 2, 7, 19\}$ را در نظر گرفته و

مجموعه‌های خواسته شده را با اعضایش مشخص کنید.

$$\text{الف) } E \cup T =$$

$$\text{د) } T - E =$$

$$\text{ب) } E \cap T =$$

$$\text{ه) } (E \cup T) - (E \cap T) =$$

$$\text{ج) } E - T =$$

$$\text{و) } T \cap \emptyset =$$

۲- مجموعه‌های $L = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -8\}$ و $K = \{x \in \mathbb{Z} \mid -12 < x < -6\}$ را با اعضایشان مشخص

کنید. سپس مجموعه‌های خواسته شده را با اعضا بنویسید.

$$\text{الف) } K \cup L =$$

$$\text{ب) } K \cap L =$$

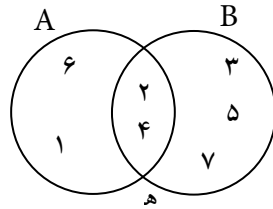
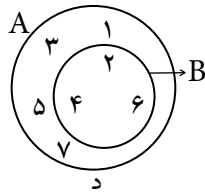
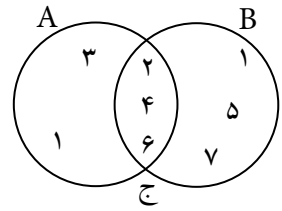
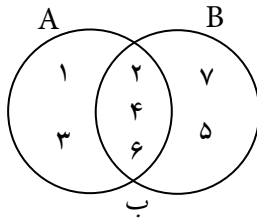
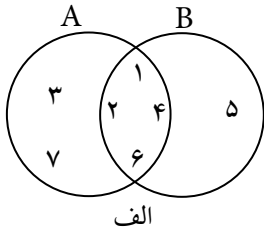
$$\text{ج) } K - L =$$

$$\text{د) } K \cup \emptyset =$$

$$\text{ه) } L - K =$$

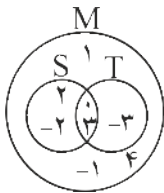


۳- اگر $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ و $A \cap B = \{2, 4, 6\}$ باشد. کدام یک از قسمت‌های زیر می‌تواند نمایش هندسی دو مجموعه A و B را نشان دهد و کدام یک نمی‌تواند؟ دلیل خود را ذکر کنید.



شما نیز نمایش هندسی دیگری از دو مجموعه A و B رسم کرده که پاسخی درست و غیر از این حالات باشد.

۴- با توجه به نمودار ون مقابل، درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را با ذکر دلیل، بیان کنید.



$$(S \cup T) \subseteq M$$

$$T \subseteq S$$

$$(S \cap T) \notin M$$

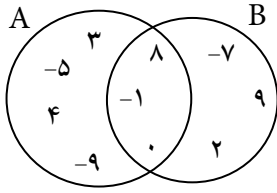
$$(S - T) \notin \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$-1 \in (T - S)$$

$$0 \notin (M \cap T)$$



۵- با توجه به نمایش هندسی مجموعه‌های A, B که رسم شده است. هر عبارت ستون سمت راست را به عبارت مناسبی از ستون سمت چپ وصل کنید.



$A \cap B$	$n(A \cap B)$
$(A - B) \cup (A \cap B)$	$\{0, 8, -1\}$
$\{2, 3, 4, 9, -5, -7, -9\}$	A
۳	$(B - A) \cup (A \cap B)$
$\{ \}$	A - B
$\{2, 9, -7\}$	۷
$n(A)$	B - A
$\{3, 4, -5, -9\}$	$(A - B) \cap (B - A)$
B	$(A - B) \cup (B - A)$

۶- با توجه به مجموعه‌های اعداد، هر یک از مجموعه‌های زیر را با اعضاء یا نام یکی از مجموعه‌های عددی مشخص کنید.

$N - Z =$

$Q \cup Q' =$

$Z - N =$

$R - Q =$

$Z - W =$

$R - Q' =$

$Q \cap Q' =$

۷- عبارات داخل کادر را در جاهای خالی قرار داده تا عباراتی صحیح به دست آید. (از هر عبارت می‌توان به تکرار استفاده کرد).

$M, B, A \cup B, \emptyset, A$ ، زیر مجموعه

و زیر مجموعه

الف) $A \cup B$ با برابر است.

ب) اجتماع هر مجموعه با مجموعه مساوی خود مجموعه است.

ج) اشتراک دو مجموعه اجتماع آن دو مجموعه است.

د) اشتراک هر مجموعه با مساوی خواهد بود.

ه) $A \cup A' =$

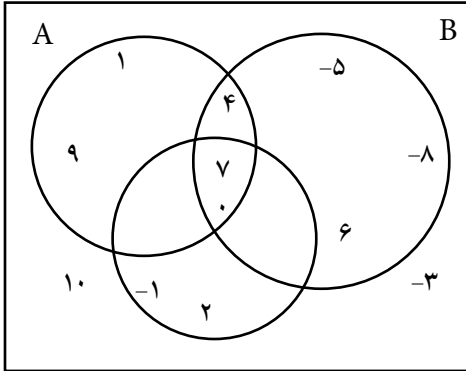
و) $(B - A) \subseteq$



ز) $(A \cap B) \cup (A - B) = \dots\dots\dots$

ح) $(A \cup M) \cap M = \dots\dots\dots$ (مجموعه مرجع است)

۸- با توجه به نمودار ون مجموعه‌های A, B, C که در مقابل آمده است، مجموعه‌های خواسته شده در زیر را با اعضاء مشخص کنید.



M

الف) $A \cup B =$

ب) $A \cup C =$

ج) $B \cup C =$

د) $A \cup B \cup C =$

ه) $A \cap B =$

و) $A \cap C =$

ز) $B \cap C =$

ح) $A \cap B \cap C =$

ط) $A' =$

ی) $C' =$

ک) $B' \cap A =$

ل) $C - B =$

م) $A - B =$



درس چهارم: مجموعه‌ها و احتمال

یادآوری: در کلاس هشتم آموختیم که برای یافتن احتمال رخ دادن یک پیشامد، کفایت تعداد حالت‌های مطلوب را بر تعداد حالت‌های ممکن تقسیم کنیم. یعنی

$$\text{احتمال رخداد یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد حالات ممکن}}$$

اگر مجموعه حالت‌های ممکن را S بنامیم، با توجه به درس اول، تعداد عضوهای این مجموعه $n(S)$ خواهد بود.

و اگر مجموعه حالت‌های مطلوب را A بنامیم، تعداد عضوهای این مجموعه $n(A)$ می‌شود.

حال اگر احتمال رخ دادن پیشامد A را با $P(A)$ نمایش دهیم، رابطه بالا به صورت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

درخواهد آمد.

مثال ۱۴: مجموعه حالت‌های ممکن برای انداختن یک تاس را S نامیده و آنرا با اعضاء مشخص کنید.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{3, 6\}$$

مجموعه حالت‌های زوج آمدن را نوشته و آنرا A بنامید.



مجموعه حالت‌های مضرب ۳ آمدن را نوشته و آنرا B بنامید.

اکنون $P(A)$ و $P(B)$ را بدست آورید.

$$n(A) = 3 \quad n(S) = 6$$

$$n(B) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۳۰ مهره با شماره‌های ۱ تا ۳۰ درون یک گردونه وجود دارد. مهره‌ای را به تصادف از گردونه خارج می‌کنیم. احتمال هر یک از حالت‌های زیر را حساب کنید.  

A: فرد بودن عدد روی مهره.

B: مضرب ۵ بودن عدد روی مهره.

C: اول بودن عدد روی مهره.

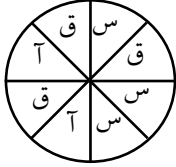
D: شمارنده ۳۰ بودن عدد روی مهره.

E: مجذور عدد ۷ بودن عدد روی مهره.



سوالات تشریحی درس چهارم:

۱- چرخنده‌ای با ۸ قسمت به صورت مقابل نامگذاری شده است. عقربه را می‌چرخانیم.



احتمالات زیر را محاسبه کنید.

(الف) احتمال سبز بودن مکان عقربه.

(ب) احتمال قرمز نبودن مکان عقربه.

۲- در یک کیسه ۵ مهره آبی، ۳ مهره سبز و ۲ مهره قرمز وجود دارد. مهره‌ای را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمالات زیر را محاسبه کنید.

(الف) احتمال قرمز بودن مهره خارج شده.

(ب) احتمال آبی بودن مهره خارج شده.

(ج) احتمال آبی نبودن مهره خارج شده.

آیا احتمال، رخداد «ب» و «ج» هم شانس هستند؟ چرا؟

۳- سه سکه را هم زمان می‌اندازیم. احتمالات ستون راست را به اعداد ستون چپ طوری وصل کنید که صحیح باشد. (اعداد ستون چپ اضافی است)

- $\frac{1}{8}$
- $\frac{2}{8}$
- $\frac{3}{8}$
- $\frac{4}{8}$
- $\frac{5}{8}$
- $\frac{6}{8}$
- $\frac{7}{8}$

هر سه سکه رو بیاید.

دقیقاً دو سکه رو بیاید.

حداقل دو سکه رو بیاید.

حداقل یک سکه پشت بیاید.

حداکثر دو سکه پشت بیاید.

۴- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمالات زیر را محاسبه کنید.

(الف) یک تاس ۳ و دیگری ۴ بیاید.

(ب) هر دو تاس ۵ بیاید.

(ج) تفاضل دو عدد آمده، ۷ باشد.



سؤالات تشریحی پایان فصل اول:

۱- کدام یک از عبارت‌های زیر معرف یک مجموعه است و کدام یک نمی تواند یک مجموعه را نشان دهد؟ دلیل خود را ذکر کنید.

الف) اعداد بزرگ.

ب) دانش آموزان کلاس نهم مدرسه شهید حاتمی.

ج) اعداد اول بزرگتر از ۹۵.

د) اعداد کوچکتر از یک عدد.

۲- با توجه به تکراری نبودن اعضای یک مجموعه، مجموعه‌های زیر را به طور صحیح، بازنویسی کنید.

$$A = \{\sqrt{64}, 64, \sqrt{16}, 4, 2\}$$

$$B = \{-\frac{3}{5}, 2/7, -1/6, 2\frac{1}{4}, 15\}$$

$$C = \{\sqrt{25 \times 16}, 20, \frac{6}{8}, -(\frac{3}{4})\}$$

۳- مجموعه‌های عددی زیر را به زبان فارسی و مجموعه‌های فارسی را با مشخص کردن اعداد، بنویسید.

الف) اعداد مرکب بین ۴ و ۱۲.

ب) $\{9, 18, 27, 36, \dots\}$

ج) $\{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$

د) اعداد زوج مرکب کوچکتر از ۲۰۰.

۴- با توجه به مجموعه مقابل، درستی یا نادرستی هر عبارت را با ذکر دلیل، بیان کنید.

$$T = \{-7, 3, \frac{4}{5}, 6/3, \sqrt{7}, 0, \frac{2}{3}\}$$

ج) $-\frac{4}{6} \in T$

ب) $\sqrt{7} \notin T$

الف) $3 \in T$

۵- مجموعه‌های زیر را با نمودار ون، نمایش دهید.

الف) مضرب‌های اول عدد ۷.

ب) شماره‌های عدد ۲۴.



ج) اعداد طبیعی کوچکتر از ۱.

۶- تعداد عضوهای هر مجموعه (عدد اصلی مجموعه) را مشخص کنید.

$$A = \{-25, -20, -15, \dots, 25\}$$

$$B = \{2, -7, 3, -6, 4, -5\}$$

$$C = \{\dots, 41, 42, 43\}$$

۷- مجموعه‌ای از اعداد صحیح را معرفی کنید که دارای هیچ عضوی نباشد. آنرا با نماد ریاضی نیز نشان دهید.

۸- مجموعه‌ای از اعداد طبیعی را معرفی کنید که فقط یک عضو داشته باشد. این مجموعه را به زبان ریاضی نیز معرفی نمایید.

۹- از بین مجموعه‌های داده شده در زیر، مشخص کنید کدام یک متناهی و کدام یک نامتناهی است. عدد اصلی مجموعه‌های متناهی را بنویسید.

$$A = \{7, -7, 6, -6, 5, -5, \dots, 1\}$$

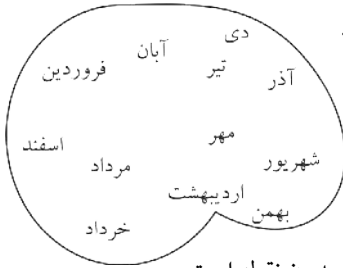
$$B = \left\{ \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1, \frac{6}{5}, \dots \right\}$$

$$C = \{\sqrt{43}, \sqrt{42}, \sqrt{41}, \dots, \sqrt{3}\}$$

۱۰- در بین مجموعه‌های زیر، مجموعه‌های معادل یا هم‌ارز را به یکدیگر وصل کنید.



- | | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|---|
| $\{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 < x < 5\}$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 0\}$ |
| $\{-7, 2, 5, -1\}$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | $\{x \in \mathbb{N} \mid 9 < x < 9\}$ |
| $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, 6 < x < 7\}$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | $\{-3, +3\}$ |
| مجموعه اعداد اول زوج | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | $\{\triangle, \square, \square, \diamond\}$ |



۱۱- با توجه به نمایش هندسی مجموعه M که در مقابل رسم شده است. برای هر یک از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ای مساوی بنویسید.

= مجموعه ماه‌های فصل بهار

= مجموعه ماه‌های فصل زمستان

= مجموعه ماه‌های سال که نامشان بدون نقطه است.

۱۲- با توجه به اینکه دو مجموعه L و T مساوی هستند. جاهای خالی را با اعداد داخل کادر پُر کنید.

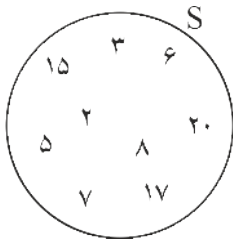
$$L = \{-5, 4, \frac{17}{11}, \dots\} \quad T = \{\dots, -\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{16}{3}\}$$

-4	$-\sqrt{12/5 \times 2}$	$5 \frac{3}{9}$	$\frac{12/5}{-25}$	$\sqrt{\frac{-48}{-3}}$	$-(-(-4))$
------	-------------------------	-----------------	--------------------	-------------------------	------------

۱۳- مجموعه اعداد طبیعی بین -4 و 4 را با اعضاء مشخص کرده، تمامی زیرمجموعه‌های آنرا بنویسید. تعداد زیرمجموعه‌های این مجموعه چندتاست؟ زیرمجموعه‌های بدیهی آنرا مشخص کنید.

۱۴- زیرمجموعه‌های محض مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid -9 < x < -7\}$ را بنویسید.

۱۵- مجموعه S به صورت مقابل نمایش داده شده است. زیرمجموعه‌های خواسته شده از آنرا با اعضاء مشخص کنید. سپس نمایش هندسی هر یک را مشخص کنید.



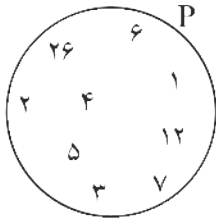
(الف) زیرمجموعه‌ای از S که عضوهایش اعداد زوج یک رقمی باشند. (A)

(ب) زیرمجموعه‌ای از S که عضوهایش اول باشند. (B)

(ج) زیرمجموعه‌ای از S که اعضایش مضرب مرکبی از ۷ باشند. (C)



۱۶- نمایش هندسی مجموعه P به صورت روبروست. درستی یا نادرستی عبارات زیر را با ذکر دلیل، بیان کنید.



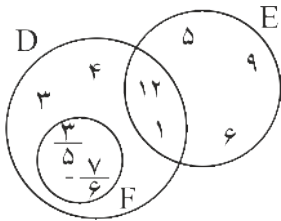
$$\{1, 7\} \not\subseteq P$$

$$4 \subseteq P$$

$$P \subseteq \text{مجموعه شماره‌ده های ۱۲}$$

$$P \not\subseteq \text{مجموعه اعداد اول}$$

۱۷- با توجه به نمودار ون مقابل، در جای خالی یکی از نمادهای \subseteq ، $\not\subseteq$ ، \in ، \notin را قرار دهید.



$$\{12, 1\} \square E$$

$$4 \square F$$

$$D \square F$$

$$F \square Q$$

$$1 \square D$$

$$E \square \emptyset$$

$$\emptyset \square F$$

$$6 \square D$$

۱۸- مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی نشان دهید.

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$B = \{1\}$$

$$C = \{-21, -20, \dots, 20, 21\}$$

$$D = \text{مجموعه مضرب های طبیعی عدد ۴}$$

۱۹- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$E = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 < x < 1\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} \mid -5 < x < 125\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{Q} \mid -3x + 4 = 7\}$$

$$H = \{3x - 2 \mid x = 0, 1, 2, 3, 4\}$$

۲۰- دو مجموعه N, M را در نظر گرفته و مجموعه‌های خواسته شده را با اعضاء مشخص کنید.

$$M = \{3, -7, 2, -5, 1, 0\}$$

$$N = \{2, 0, 16, 8, -5, 14\}$$

$$M - N =$$

$$M \cup N =$$

$$N - M =$$

$$(M \cap N) \cap M =$$

$$(N - M) \cap N =$$

$$(M \cap N) \cup N =$$

$$(N \cap M) - N =$$

$$(M \cup N) - M =$$

$$N \cap M =$$



۲۱- دو مجموع V, U به صورت زیر معرفی شده‌اند. مجموعه‌های خواسته شده را با اعضاء مشخص کنید.

$$U = \{x \in \mathbb{Z} \mid -25 < x < 12\}$$

$$V = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x > 3\}$$

$$U - V =$$

$$V - U =$$

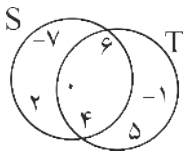
$$U \cup V =$$

$$V \cap U =$$

$$V \cap \emptyset =$$

$$U \cup \mathbb{Z} =$$

۲۲- نمایش هندسی مجموعه‌های T, S به شکل روبرو است. مجموعه‌های خواسته شده را با اعضا مشخص کنید.



$$S \cup T =$$

$$S \cap T =$$

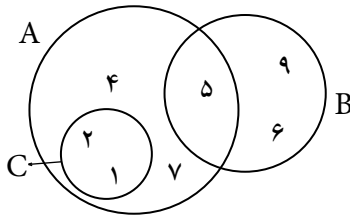
$$S - T =$$

$$T - S =$$

$$(S - T) \cup (T - S) =$$

$$(S \cup T) - (T \cap S) =$$

۲۳- با توجه به نمودار هندسی مجموعه‌های مقابل، درستی یا نادرستی عبارات زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.



$$A \not\subseteq C$$

$$A \cap B = \emptyset$$

$$5 \in C$$

$$n(A) = 3$$

$$4 \notin C$$

$$C \subseteq A$$

$$\{1, 2\} \subseteq C$$

$$\{5\} \subseteq (B \cap A)$$

۲۴- با توجه به مجموعه‌های عددی، هریک از مجموعه‌های خواسته شده را با اعضا مشخص کنید.

$$\mathbb{Z} - \mathbb{N} =$$

$$\mathbb{W} - \mathbb{N} =$$

۲۵- هریک از مجموعه‌های ستون سمت راست را به مجموعه‌ای برابرش در ستون سمت چپ، وصل کنید.

- $A \cap A$
- $A \cup A$
- $A \cap A'$
- $A \cup A'$
- $A \cup \emptyset$
- $A \cap \emptyset$
- $A \cup M$
- $A \cap M$



۲۶- در عبارت‌های زیر در جای خالی، از یکی از نمادها و یا مجموعه‌های داخل کادر قرار دهید تا عبارات صحیح داشته باشیم.

$$A = Q \quad R \neq B \neq \emptyset \subseteq M$$

(الف) $Q \cap Q' = \dots$ (ب) $(A \cap B) \cup (B - A) = \dots$

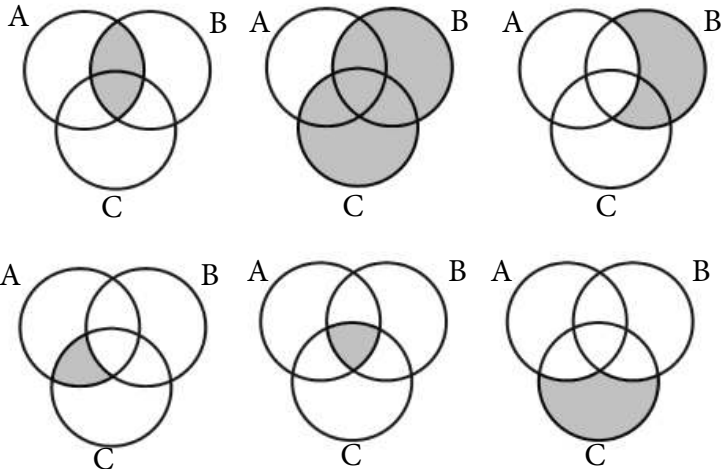
(ج) $(A \cap B) \cup (A - B) = \dots$ (د) $A - B \dots B - A$

(هـ) $Q \cup Q' = \dots$ (و) $(A \cup B) \dots (A \cap B)$

(ز) $A \cap B \dots B \cap A$ (ر) $R - Q' = \dots$

(ط) $(A - B) \dots A$ (ی) $M \cup A = \dots$

۲۷- نمایش هندسی سه مجموعه A, B, C به صورت مقابل است. (عضوهای مجموعه‌ها مشخص نیست). هریک از نمودارهای ون رسم شده در زیر، چه مجموعه‌ای را نشان می‌دهند؟



۲۸- در یک کیسه، ۶ مهره سبز، ۴ مهره آبی و ۲ مهره قرمز وجود دارد. مهره‌ای را به تصادف بیرون آورده‌ایم. احتمال هر یک از حالت‌های زیر را حساب کنید.

- (الف) سبز بودن مهره.
- (ب) آبی نبودن مهره.
- (ج) سبز نبودن مهره.



۲۹- در سؤال ۲۸ مشخص کنید که قسمت‌های الف و ج هم شانس هستند یا خیر؟ چرا؟

۳۰- دو سکه و یک تاس را با هم می‌اندازیم. هر یک از احتمالات زیر را به عددی از ستون سمت چپ وصل کنید. (اعداد اضافی هستند.)

- | | | |
|---|--------------------------|--|
| $\frac{5}{8}$ <input type="checkbox"/> | | |
| $\frac{2}{24}$ <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | دو سکه پشت و تاس زوج بیاید. |
| $\frac{1}{24}$ <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | حداقل یکی از سکه‌ها رو و تاس فرد بیاید. |
| $\frac{3}{8}$ <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | تاس عدد اول بیاید. |
| $\frac{1}{2}$ <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | دقیقاً یکی از سکه‌ها پشت بیاید. |
| $\frac{1}{4}$ <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | دو سکه رو و تاس عدد پنج بیاید. |
| $\frac{5}{24}$ <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | حداکثر یکی از سکه‌ها پشت و تاس مضربی از ۳ بیاید. |
| $\frac{1}{8}$ <input type="checkbox"/> | | |

سوالات ۴ گزینه‌ای فصل اول:

۱- کدام یک از عبارات زیر معرف مجموعه نیست؟

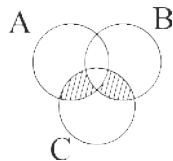
الف) گروهی از اعداد اول.

ب) دسته تمبرهای ۱۰۰۰ ریالی.

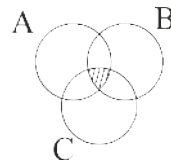
ج) گروه اعداد سه رقمی مثبت.

د) اعداد اعشاری بین صفر و یک.

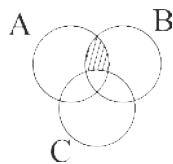
۲- کدامی از نمودارهای زیر، نمایش هندسی مجموعه $C - (A \cap B)$ می‌باشد؟



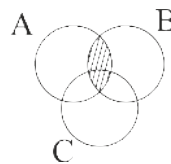
(ب)



(الف)



(د)



(ج)



۳- عدد اصلی مجموعه مقابل، کدام گزینه است؟

$$\{x \in \mathbb{N} \mid -2 < x < 3\}$$

- الف) ۶ ب) ۳ ج) ۲ د) ۵

۴- کدام یک از مجموعه‌های زیر یک مجموعه تهی است؟

الف) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 0\}$ ج) $A \cup A'$

ب) $\{x \in \mathbb{N} \mid -5x + 3 = 8\}$ د) $\{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 1\}$

۵- کدام یک از مجموعه‌های زیر دارای یک عضو است؟

الف) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 4\}$ ج) $\{2k+1 \mid k=0, 1, 2\}$

ب) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, 1 < x\}$ د) $\{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 = 25\}$

۶- کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه مقابل مساوی است؟

$$\{x \mid x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x} < 6\}$$

الف) $\{1, 2, 3, \dots, 36\}$ ج) $\{-6, -5, -4, \dots, 4, 5, 6\}$

ب) $\{1, 2, 3, 4, \dots, 35\}$ د) $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

۷- مجموعه مقابل دارای چند زیر مجموعه است؟

$$\{x \in \mathbb{N} \mid -2 < x < 4\}$$

- الف) ۴ ب) ۶۴ ج) ۳۲ د) ۱۶

۸- کدام یک از مجموعه‌های زیر، نماد ریاضی مجموعه مقابل نمی‌تواند باشد؟

$$\{3, 5, 7, 9, 11, 13\}$$

الف) $\{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}, 2 < k < 8\}$ ج) $\{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}, 1 < n < 6\}$

ب) $\{2m-1 \mid 1 < m < 8, m \in \mathbb{Z}\}$ د) $\{2k+1 \mid k \in \mathbb{N}, 1 < k < 6\}$

۹- مجموعه مقابل مساوی با کدام یک از مجموعه‌های عددی زیر است؟

$$\{\dots, -3, -2, -1, 0\}$$

الف) $\mathbb{Z} - W$ ج) $W \cap \mathbb{Z}$

ب) $\mathbb{Z} - (W \cup \mathbb{N})$ د) $\mathbb{Z} - (W \cap \mathbb{N})$



۱۰- از بین کارت‌هایی با شماره‌های ۱ تا ۵، یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه، عدد روی کارت انتخاب شده، نه فرد باشد و نه اول، چند است؟

الف) $\frac{1}{5}$ ب) $\frac{2}{5}$ ج) $\frac{3}{5}$ د) $\frac{4}{5}$

